

PROGRAMĂ OPȚIONAL

CLASA a VII-a

CONSTRUCȚII GEOMETRICE CU RIGLA ȘI COMPASUL

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

**PROFESOR,
IOJA IOAN**

Argument

Construcțiile geometrice au constituit partea principală a matematicii grecești și grecii acordau o deosebită importanță studierii lor; construcțiile geometrice au servit la început pentru demonstrarea existenței unor noțiuni abstracte ca: mijlocul unui segment, bisectoarea unui unghi, perpendiculara într-un punct pe o dreaptă, etc.

Multe dintre problemele actuale de rezolvare a problemelor de construcție au apărut încă în Academia lui Platon (427-347 î.Chr.). Geometrii din școala lui Platon, încercând să rezolve probleme geometrice doar cu rigla și compasul, respingeau orice soluții care ar fi folosit alte instrumente.

Dar tot în antichitate au apărut unele probleme care nu au putut fi rezolvate numai cu rigla și compasul, cum ar fi: construcția unor poligoane regulate (cu 7 laturi, cu 9, 11, 13, 14, 18 laturi, etc) sau cele trei probleme celebre ale antichității a căror rezolvare (cu rigla și compasul) a fost căutată în zadar.

1. Problema duplicării cubului care cere construirea muchiei unui cub al cărui volum să fie egal cu dublul volumului unui cub dat.

2. Problema triseccionii unghiului în care se cere să se împartă un unghi dat în trei unghiuri congruente.

3. Problema cvadraturii cercului care cere construirea unui pătrat care să aibă aceeași arie ca și un cerc dat.

De-abia în secolul XIX s-a demonstrat că aceste probleme nu sunt rezolvabile cu rigla și compasul.

Lorenzo Mascheroni (1750-1800) cunoscut și ca poet și-a publicat în versuri una din primele cărți „Geometria del compasso” (1797). În această lucrare el demonstrează că orice construcție geometrică ce poate fi efectuată cu rigla și compasul poate fi efectuată numai cu compasul. Acest rezultat însă a fost demonstrat încă din 1672 de către mai puțin cunoscutul matematician danez Georg Mohr (1640-1697) în cartea sa „Euklides Domcus” carte ce a fost descoperită doar în anul 1928. Cartea conține probleme și demonstrații a tuturor construcțiilor euclidiene care pot fi realizate numai cu compasul.

Printre matematicienii preocupați de construcțiile geometrice se numără și austriacul Rudolf Steiner (1861-1925) și francezul Jean-Victor Poncelet (1788-1867) care este unul dintre fondatorii geometriei moderne proiective.

Preocupările pentru construcții geometrice au luat un avânt puternic, matematica modernă stabilind care construcții sunt posibile cu rigla și compasul și care nu. Dacă problema cercetării fundamentale într-un domeniu este desigur foarte importantă, la fel de preocupantă trebuie să rămână problema transmiterii elevilor conținutul aceluși domeniu.

Este cunoscut faptul că de modul în care le sunt îndrumați elevilor primii pași depinde în mare măsură viitorul lor atitudine față de studiul geometriei. Una din căile de înlăturare a eșecului este abordarea geometrie pornind de la problemele practice, întâlnite de elevii în viață, de la diverse probleme plane sau spațiale care prezintă interes, începând cu cele mai simple care să-i pună în evidență proprietățile studiate sau cunoștințele cele mai recent asimilate și continuând cu probleme dificile care să le solicite din plin, nu numai atenția, dar și gândirea creatoare, imaginația și ingeniozitatea.

Definițiile, teoremele și problemele propuse trebuie să fie abordate cât mai simplu și clar, să se bazeze pe cunoștințele deja asimilate, dând fiecărui elev posibilitatea de înțelegere. Desenul corect și inițierea în executarea lui de către elevi prin formarea de deprinderi de muncă independentă cu rigla și compasul este o condiție de bază în rezolvarea oricărei probleme, împreună cu relațiile și legăturile dintre algoritmi de calcul abordați în rezolvarea sau demonstrarea oricărui adevăr geometric.

Redactarea soluțiilor problemelor și a demonstrațiilor problemelor, justificarea afirmațiilor și a deducțiilor făcute sunt condiții absolut necesare.

În cadrul matematicii, considerată de un număr mare de elevii ca o disciplină aridă și lipsită de aplicații imediate, cercetarea și legarea de diferite aspecte practice se impune ca fiind necesară în fiecare lecție. Rolul învățământului matematic nu este de furniza elevilor o știință gata făcută, cât de constitui o inițiere în organizarea unui domeniu prin mijloace matematice pe baza prezenței momentelor de reinventare a materiei de învățat precum și punerea în evidență a legăturilor, conexiunilor dintre cunoștințele predate, prezentate sau observate de elevi în viața practică.

Problemelor de construcție geometrică deși sunt probleme inventiv-creative, nu le este alocat destul spațiu și timp în programele școlare.

Există probleme, uneori chiar în manuale care pot conduce la generalizări inaccesibile întregii mase de elevi, la particularizări interesante și pentru care uneori la clasă nu există timp suficient pentru a le comenta mai amplu. Ținând cont de toate aceste situații se impune elaborarea unei programe de opțional de aprofundare, care să cuprindă și probleme de construcție geometrică cu rigla și compasul și care să se adreseze acelor elevi motivați și capabili de performanță.

Opționalul de aprofundare, este acel tip de curriculum la decizia colii (CDS) derivat dintr-o disciplină studiată în trunchiul comun, care urmărește aprofundarea obiectivelor de referință /competențelor specifice curriculum-nucleu prin noi unități de conținut. Pentru anumite competențe specifice menționate în programa de trunchi comun se pot proiecta conținuturi noi care vor conduce la aprofundarea competențelor respective.

Rezolvarea problemelor de geometrie prin construcții geometrice oferă certitudinea că dacă o figură a putut fi construită pe baza datelor, înseamnă că ea este determinată, măsurile rezultate în figură trebuie să rezulte și din calcule. Corectitudinea executării unui desen oferă posibilitatea de a observa o soluție corectă a problemei. Cu siguranță dintre toate problemele de geometrie, cele care stimulează cel mai mult spiritul practic , acuratețea gândirii , logica celui care se angajează să le rezolve , cele care au cel mai puternic loc formativ sunt problemele de construcții geometrice.

Strategia didactică are ca dominantă lucrul în echipă care favorizează comunicarea și asumarea de către elevi a diverselor roluri în cadrul unui grup, oferire și primire de feedback.

COMPETENȚE GENERALE

CG1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

CG2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice.

CG3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.

CG4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

CG5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă.

CG6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

VALORI ȘI ATITUDINI

- Dezvoltarea unei gândiri deschise și creative; dezvoltarea inițiativei, independenței în gândire și în acțiune.
- Dezvoltarea spiritului de observație și a atenției distributive.
- Dezvoltarea simțului estetic în redactarea coerentă a rezolvării problemelor de construcții geometrice.
- Formarea obișnuinței de a recurge la construcții geometrice corecte în rezolvarea și abordarea problemelor practice.
- Formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

INSTRUMENTE DE EVALUARE

- proiect
- portofoliu
- teste și teme repartizate pe echipe de lucru.

COMPETENȚE SPECIFICE

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1. Identificarea și utilizarea proprietăților unor concepte geometrice în demonstrarea unei construcții grafice.</p> <p>2. Identificarea unor corespondențe între diferite reprezentări ale acelorași date</p> <p>3. Recunoașterea și descrierea configurații geometrice date</p> <p>4. Recunoașterea și descrierea elementelor unei configurație geometrică dată</p> <p>5. Recunoașterea și descrierea elementelor unui cerc, într-o configurație geometrică dată</p>	<p>-Exerciții de construcție a unor figuri elementare</p> <p>-Exerciții de identificare a unor elemente de construcție geometrică</p> <p>-Exerciții de identificare a centrelor/axelor de simetrie pentru patrulateralele studiate</p> <p>-Folosirea instrumentelor geometrice pentru a reprezenta proiecția unui punct/segment pe o dreaptă</p> <p>-Exerciții de identificare a elementelor unui cerc pe configurații date</p> <p>-Identificarea poziției unei drepte față de un cerc</p> <p>-Identificarea instrumentelor de geometrie ce duc la construcția unei figuri geometrice</p>

CG2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1. Construirea anumite configurații geometrice în concordanță cu cerințele problemei puse spre rezolvare.</p>	<p>-Reprezentarea geometrică a triunghiurilor tinând cont de cazurile de elemente cunoscute</p> <p>-Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru construcția acestuia</p> <p>-Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare cu identificarea laturilor proporționale și a unghiurilor congruente</p>

--	--

CG3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1. Argumentarea construcțiilor geometrice efectuate utilizând limbajul matematic adecvat</p>	<p>-Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor patrulatere respectând condiții date</p> <p>-Evidențierea concurenței bisectoarelor unui triunghi circumscris unui cerc</p> <p>-Exerciții de determinare a măsurii și construcției unghiurilor unui poligon regulat</p> <p>-Prezentarea în scris și oral a metodelor originale de rezolvare a unor construcții cu rigla și compasul</p>
<p>2. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea metodelor de rezolvare a problemelor</p> <p>3. Utilizarea noțiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configurații geometrice date</p> <p>4. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale cercului</p>	<p>-Elaborarea în grupul de lucru a unor metode de rezolvare a unor probleme mai dificile</p>

CG4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1. Exprimarea prin reprezentări geometrice a noțiunilor legate de patrulatere</p> <p>2. Exprimarea proprietăților figurilor geometrice (segmente, triunghiuri, trapeze) în limbaj matematic</p> <p>3. Exprimarea, în limbaj matematic, a perpendicularității a două drepte prin relații metrice</p>	<p>-transpunerea în desen a unei configurații geometrice referitoare la patrulatere descrise matematic</p> <p>-Exerciții de utilizare a instrumentelor geometrice pentru a reprezenta prin desen relații între elementele unor figuri sau configurații geometrice (congruență, paralelism, perpendicularitate)</p> <p>-Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a reprezenta prin desen cercul și elementele sale</p> <p>-Construcții de arce congruente utilizând unghiuri la centru Evidențierea concurenței bisectoarelor unui triunghi circumscris unui cerc</p> <p>-Utilizarea instrumentelor geometrice pentru construcția triunghiului echilateral, pătratului și hexagonului regulat</p>

CG5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente, de măsuri de</p>	<p>Poziționarea unei drepte față de un cerc în raport cu numărul de puncte de intersecție dintre dreaptă și cerc</p> <p>Exerciții de construcție unui cerc; intersecția unui cerc</p>

<p>unghiuri și de arii</p> <p>2.Deducerea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate pentru constructia acestora</p>	<p>cu o dreaptă; intersecția a două cercuri.</p> <p>Analiza unor exemple de simetrie și translație din mediul înconjurător</p> <p>Analiza unor figuri cu sau fără axă de simetrie</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

CG6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE
<p>1.Aplicarea cunoștințelor de matematică în rezolvarea unor probleme practice</p>	<p>Construirea centrului de greutate al unei plăci triunghiulare</p> <p>Construirea unei piese pătratice de arie maximă dintr-o piesă triunghiulară</p> <p>Căutarea unor noi soluții în rezolvarea unei probleme cu rigla și compasul</p> <p>Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor configurații geometrice respectând condiții date de asemănare</p> <p>Prezentări de mai multe soluții pentru o aceeași problem</p> <p>Ddiscutarea unor soluții greșite ale unor probleme</p> <p>Reformularea unor probleme prin modificarea ipotezei sau a concluziei , analiza noii probleme</p> <p>Rezolvări de probleme în care nu apare explicită cerința construcției</p>

--	--

PLANIFICAREA SEMESTRIALĂ

Nr. crt.	Conținuturi	Săptămâna	Obs
Semestrul I			
1	Etapele rezolvării unei problem de construcție geometrică	S1	
2	Constructii fundamentale cu rigla și compasul		
	Construcția unor unghiuri	S2	
	Construcția triunghiurilor	S3-S5	
	Construcția unor cercuri	S6-S9	
	Construcția patrulaterelor	S10-s12	
3	Metode de rezolvare a problemelor de construcție geometrică. Metoda intersecției	S13-S17	
Semestrul II			
1	Metode de rezolvare a problemelor de construcție geometrică. Metoda locurilor geometrice	S18-S20	
2	Metode de rezolvare a problemelor de construcție geometrică. Metoda transformărilor geometrice	S20-S22	

3	Constructii de figure echivalente	S23-S24	
4	Constructia de poligoane regulate	S25-S26	
5	Construirea numerelor iraționale de forma $\sqrt{a}, \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \dots, \sqrt{a_1^2 + \dots + a_n^2}; a, a_1, \dots, a_n \in N$	S27-S28	
6	Constructii geometrice numai cu compasul	S29	
7	Constructii numai cu rigla	S30	
8	Probleme celebre de construcții geometrice	S31-S32	
9	Ore la dispoziția profesorului	S33-S34	

BIBLIOGRAFIE

1. **Andrica, D., Berinde, V.** (coordonatori), Concursul interjudețean de matematică “Gr. C. Moisil”, Edițiile I-XX (1986-2005), Editura Cubb Press 22, Baia Mare, 2006
2. **Bălăucă, A.**, Algebră. Geometrie, 888 de probleme semnificative, Olimpiade și concursuri, Editura Taida, Iași, 2002.
3. **Brânzei, D., Chirciu, M.**, (coordonatori), Olimpiade și concursuri școlare 2004, clasele 7-8, Editura Tiparg, 2005.
4. **Botez, M.Șt.**, Probleme de geometrie, Editura Tehnică, București, 1976
5. **Cindrea, I.A.**, Matematica, de drag, Compania, 2003
6. **Dăncilă, I.**, Teste pentru nota 10, Editura Teora, București, 1999

7. **Drăghicescu, I.C, Masgras, V.**, Probleme de geometrie, Editura Tehnică, București, 1987
8. **Lupșor, V., Pop, V.**, (coordonatori), Matematică pentru grupele de performanță, Exerciții și probleme clasa a VII-a, Editura Dacia, Cluj – NAPOCA, 2004
9. **Lupu, C., Săvulescu, D.**, Metodica predării geometriei, Editura Paralela 45, 2000.
10. **Nicolescu, L., Boskoff, V.**, Probleme practice de geometrie, Editura Tehnică, București, 1990
11. **Pop, V.**, Geometrie pentru gimnaziu, liceu și concursuri, Editura Mediamira, Cluj- Napoca, 2007
12. **Popescu, M.**, Probleme alese de geometrie pentru liceu, Editura ALL, București, 1997
13. **Schneider, G.A.**, Culegere de probleme de geometrie pentru clasele V-VIII, Editura Hyperion, Craiova, 1993.
14. **Țițeica, G.**, Probleme de geometrie, Editura Tehnică, București, 1987