Proiect didactic

CLASA: a XI –a , M_2

PROFESOR: Alexa Mioara - Dania

TITLUL LECȚIEI: Determinantul de ordin trei - exerciţii

SCOPUL LECȚIEI: Îmbunătățirea capacităților de exploatare şi rezolvare de probleme.

Obiective operaţionale: Elevul trebuie să știeȘ

- să calculeze determinantul de ordin trei folosind cele două metode în diverse exerciţii
- să rezolve ecuaţii în care sunt implicaţi determinanţi de ordin trei
- să diferenţieze modul de calcul al determinanţilor de ordin doi şi trei
- să aplice formule de calcul prescurtat, formule trigonometrice şi de combinatorică, rezolvarea ecuaţiei de grad doi, ca şi a ecuaţiei exponenţiale în calculul determinanţilor de ordin trei.

METODE ȘI PROCEDEE DIDACTICE:

- explicația,
- munca independentă, munca pe grupe,
- turul galeriei,
- conversație euristică frontală,
- exerciţii,
- anamneza,
- problematizare.

MIJLOACE DE ÎNVĂȚĂMÂNT:

- markere, tabla,
- culegeri de probleme,
- Manual matematică pentru clasa a XI-a , Editura Carminis , Marius Burtea , Georgeta Burtea,
- fişe de lucru (anexa 1 şi anexa 2),
- foi de flipchart.

TIPUL DE LECȚIE:

Mixtă (comunicare, sistematizare, fixare şi verificare).

DESFĂŞURAREA LECȚIEI

Evenimentele lecției	**Activitatea profesorului**	**Activitatea elevilor**	**Strategia didactică (metode, mijloace, materiale)**
Captarea atenţiei şi informarea elevilor asupra obiectivelor urmărite Reactualizarea cunoştinţelor anterior însuşite	Profesorul pregăteşte clasa pentru lecţie: prezenţa, verificarea temei cantitativ. Scrie pe tablă titlul lectiei: *Determinantul de ordin trei - exerciţii.* Invită elevii să lămurească sensul unui moto scris pe tablă: "Consideră ca nefericită ziua sau ora în care nu ţi-ai îmbogăţit cu nimic cultura." Ian Cominski. Să recapitulăm: Determinantul de ordin trei are ca metode de calcul învăţate... Profesorul invită un elev la tablă pentru a verifica un exerciţiu din tema de acasă.	Elevii îşi pregătesc caietele deschise la temă . Scriu pe caiete titlul lecției. Elevii analizează conţinutul şi semnificaţia maximei propuse, încercând să explice sensul ei. Regula lui Sarrus şi regula triunghiului. Corectarea temei: Ex. Să se verifice dacă matricele A şi B sunt permutabile. Elevul menţionează că două matrici sunt permutabile dacă	Problematizare Conversaţie euristică frontală Anamneza Explicaţie

	Profesorul verifică demersul rezolvării, plimbându-se printre bănci.	$A\cdot B=B\cdot A$. $A=\begin{pmatrix}\cos a & -\sin a\\ \sin a & \cos a\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}\cos b & -\sin b\\ \sin b & \cos b\end{pmatrix}$ $A\cdot B=\begin{pmatrix}\cos(a+b) & -\sin(a+b)\\ \sin(a+b) & \cos(a+b)\end{pmatrix}$ $B\cdot A=\begin{pmatrix}\cos(a+b) & -\sin(a+b)\\ \sin(a+b) & \cos(a+b)\end{pmatrix}$ Deci *A* şi *B* sunt permutabile.	Conversaţie euristică frontală Exerciţiu
Intensificarea procesului de retenţie şi transfer	Profesorul împarte fişele de lucru (Anexa 1) şi numeşte patru elevi la tablă pentru a rezolva câte un exerciţiu. Ex.1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ -1 & 1 & -1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}\in M_3(R)$. Calculaţi: a)det(*A*); b)det(A-A^t).	E1. a)det(A) = - 4 b) $A-A^t=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ -1 & 1 & -1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$- $-\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ -1 & 1 & -1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}=O_3$ Det(O_3)=0.	Explicaţie Problematizare
Dirijarea învăţării	Cum aflăm transpusa unei matrici? Cât este determinantul matricii nule? Profesorul urmăreşte demersul rezolvării şi corectitudinea rezultatului.	Elevii urmăresc tabla, dar totodată scriu şi în caiete rezolvarea exerciţiului. E2. $15=6x^2+6x+3$ $x^2+x-2=0$	Explicaţie

Asigurarea feedback-ului Evaluarea perfor-manţei Intensifi-carea procesului de retenţie	Ex.2. Fie ecuaţia $\begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2+x+1 & 1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}.$ Calculaţi modulul diferenţei soluţiilor. Profesorul urmăreşte demersul rezolvării şi corectitudinea rezultatului. Ex.3. Calculaţi: a) $\begin{vmatrix} \sqrt{2}-1 & 1-\sqrt{3} \\ -1-\sqrt{3} & \sqrt{2}+1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix} +$ $+\begin{vmatrix} 2! & 3! \\ 3! & 4! \end{vmatrix} - \det(I_3).$ b) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} + 6\lvert -2 \rvert.$ Profesorul urmăreşte demersul rezolvării şi corectitudinea rezultatelor. Următoarele două exerciţii sunt propuse de profesor clasei ca muncă independentă. Ex.4. Se consideră determinantul	$\Delta = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$ $x_1 = -2$, $x_2 = 1$ $\lvert x_1 - x_2 \rvert = 3$. Elevii urmăresc tabla, dar totodată scriu şi în caiete rezolvarea exerciţiului. E3. a) Elevul rezolvă prin calcul direct şi obţine rezultatul 11. Elevii urmăresc tabla, dar totodată scriu şi în caiete rezolvarea exerciţiului. E4. b) Elevul rezolvă prin calcul direct şi obţine rezultatul 12. Elevii urmăresc tabla, dar totodată scriu şi în caiete rezolvarea exerciţiului. După 15 minute de lucru individual, în caietele proprii, elevii dau următoarele	Conver-saţie euristică frontală Muncă indivi-duală Explicaţie Muncă indepen-dentă

şi transfer	$A(x)=\begin{vmatrix} 3^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, $A \in M_3(R), x \in R.$ a) Să se calculeze $A(3)-A(1)$. b) Să se arate că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y), \forall x,y \in R$. c) Demonstraţi că det($I_3$)= A (0). Profesorul urmăreşte demersul rezolvării şi corectitudinea rezultatelor, trecând printre bănci.	răspunsuri: Ex.4: a) $A(3)=27$ $A(1)=1$ $A(3)-A(1)=26.$ b) $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$ se demonstrează prin calcul direct folosind proprietăţile puterilor. c) rezolvăm prin înlocuire şi urmărirea proprietăţilor.	Muncă indepen-dentă Proble-matizare
Asigurarea feedback-ului	Ex.5. Rezolvaţi ecuaţiile: a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix}=0$; b) $\begin{vmatrix} 0 & x-1 & x-3 \\ 1-x & 0 & -5 \\ 3-x & 5 & 0 \end{vmatrix}=0$. Profesorul urmăreşte demersul rezolvării şi corectitudinea rezultatelor, trecând printre bănci.	Ex.5: a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix}=0$ $x^2-5x+6=0$ $x_1=2, x_2=3$. b) $\begin{vmatrix} 0 & x-1 & x-3 \\ 1-x & 0 & 5 \\ 3-x & 5 & 0 \end{vmatrix}=0$ deci $x \in R$,anume 1 şi 3. Elevii verifică rezultatele şi corectează dacă este necesar.	Explicaţie
Asigurarea reţinerii	Se verifică oral rezultatele, cu corectarea greşelilor.		Conver-saţie euristică frontală
Evaluarea perfor-manţei	Sunt evaluaţi oral, prin aprecierea profesorului, toţi elevii care se evidenţiază prin promtitudine şi		

Asigurarea feedback Asigurarea reţinerii Consoli-darea re-tenţiei şi a capa-cităţii de transfer.	corectitudine. În continuare profesorul pregăteşte grupele "pic", "pac" şi "poc". Acestor grupe le va reveni fiecărora rezolvarea unor exerciţii de tipul celor de la bac. Grupa "pic" Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix}1 & x & 4\\ 2 & x-1 & 7-x\\ 1 & -2 & x^2\end{vmatrix}$, unde x este număr real. a) Calculaţi $D(1)$. b) Arătaţi că $D(x)=-(x-1)(x+1)(x+2), \forall x \in R$. c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(2^x-3)=0$. Grupa "pac" Fie determinantul $D(x)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 9\\ 1 & a & a^2\end{vmatrix}$, unde a este număr real. a) Calculaţi valoarea determinantului $D(9)$.	Elevii se grupează pe cele 3 grupe şi primesc sarcinile de lucru. (Anexa 2) Grupa "pic" a) $D(1)=0$. b) $D(x)=-(x-1)(x+1)(x+2)$ se arată prin calcul efectiv. c)se ţine seama de rezultatul anterior şi se arată că $x \in \{0,1,2\}$. Grupa "pac" a) $D(9)=96$. b) $D(x)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 9\\ 1 & a & a^2\end{vmatrix}$ $(a-1)(a-3)=0$, deci soluţiile sunt 1 şi 3. c)Pe baza punctului b) soluţiile sunt 1 şi 0.	Munca pe grupe Proble-matizare Muncă pe grupe Proble-matizare Muncă pe grupe Proble-matizare Muncă pe

Intensifi-carea procesului de retenţie şi transfer Asigurarea feedback	b) Rezolvaţi ecuaţia $D(a)=0.$ c) Rezolvaţi ecuaţia $D(3^x)=0.$ Grupa "poc" Fie matricele $H(a)=\begin{pmatrix}1 & \ln a & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}, a>0$ a)Calculaţi $\det(H(a)), \forall a>0$ b)Calculaţi determinantul matricei $H(1)+H(2)+...+H(100).$ Grupele au la dispoziţie 10 minute pentru a rezolva pe foi de flipchart exerciţiile şi pentru organizare. Apoi profesorul va afişa în clasă aceste foi, după care urmează "turul galeriei" cu concluziile aferente. Tema acasă: exerciţii manual.	Grupa "poc" a) $\det(H(a))=a$ b)Determinantul este 50500000. Grupele fac "turul galeriei", notând puncte tari şi puncte slabe după studiul foilor flipchart. Se discută concluziile privind rezolvarea determinantului de ordin 3. Elevii notează tema.	grupe Turul galeriei Conver-saţie eu-ristică frontală

Anexa 1

FIŞĂ DE LUCRU: Clasa a XI -a,

Lecţia: Determinantul de ordin 3

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(R)$. Calculaţi:

a)det(A); b)det(A-A^t).

2. Fie ecuaţia $\begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2+x+1 & 1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$. Calculaţi modulul diferenţei soluţiilor.

3. Calculaţi: a) $\begin{vmatrix} \sqrt{2}-1 & 1-\sqrt{3} \\ -1-\sqrt{3} & \sqrt{2}+1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2! & 3! \\ 3! & 4! \end{vmatrix} - \det(I_3)$.

b) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} + 6|-2|$.

4. Se consideră determinantul $A(x)=\begin{vmatrix} 3^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, A \in M_3(R), x \in R$.

a) Să se calculeze $A(3)-A(1)$.

b) Să se arate că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y), \forall x, y \in R$.

c) Demonstraţi că det(I_3)= A (0).

5. Rezolvaţi ecuaţiile:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 0$; b) $\begin{vmatrix} 0 & x-1 & x-3 \\ 1-x & 0 & 5 \\ 3-x & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0$.

Anexa 2

Grupa "pic"

Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix}1 & x & 4\\ 2 & x-1 & 7-x\\ 1 & -2 & x^2\end{vmatrix}$, unde x este număr real.

a) Calculaţi $D(1)$.

b) Arătaţi că $D(x)=-(x-1)(x+1)(x+2), \forall x\in R$.

c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(2^x-3)=0$.

Grupa "pac"

Fie determinantul $D(x)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 9\\ 1 & a & a^2\end{vmatrix}$, unde a este număr real.

a) Calculaţi valoarea determinantului $D(9)$.

b) Rezolvaţi ecuaţia $D(a)=0$.

c) Rezolvaţi ecuaţia $D(3^x)=0$.

Grupa "poc"

Fie matricele $H(a)=\begin{pmatrix}1 & \ln a & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}, a>0$.

a)Calculaţi $\det(H(a)), \forall a>0$;

b)Calculaţi determinantul matricei $H(1)+H(2)+...+H(100)$.